

Podstawowy sposób kodowania kanałowego: kod nadmiarowy –

polega na dodaniu dodatkowych bitów nadmiarowych, których zadanie jest umożliwienie wykrycia i korekcji błędów transmisji

Przykład:

$a_0 - 00$, $a_1 - 01$ $a_2 - 10$ $a_3 - 11$

Wniosek:

Nie jesteśmy w stanie wykryć błędu transmisji

Dodajemy bity nadmiarowe:

$a_0 - 0000$, $a_1 - 0101$, $a_2 - 1010$, $a_3 - 1111$



Odbieramy sygnał: 0111

Dodajemy kolejne bity nadmiarowe:

$a_0 - 000000$, $a_1 - 010101$, $a_2 - 101010$, $a_3 - 111111$

Odbieramy sygnał: 011101



Minimalna odległość Hamminga – najmniejsza liczba symboli, o jaką różnią się 2 słowa kodowe

$$d_{\min} = 1$$

$$a_0 - 00, \quad a_1 - 01 \quad a_2 - 10 \quad a_3 - 11$$

$$d_{\min} = 2$$

$$a_0 - 0000, \quad a_1 - 0101 \quad a_2 - 1010 \quad a_3 - 1111$$

$$d_{\min} = 3$$

$$a_0 - 000000, \quad a_1 - 010101 \quad a_2 - 101010 \quad a_3 - 111111$$

Liczba błędów, które można wykryć:

$$w = d_{\min} - 1$$

Liczba błędów, które można skorygować:

$$t = \frac{d_{\min} - 1}{2}$$

Liniowe kody blokowe (n,k)

n – długość słowa kodowego

k – liczba bitów informacyjnych

Słowo kodowe:

$$c = [b_1, b_2, \dots, b_{n-k}, m_1, m_2, \dots, m_k]$$

bity parzystości bity informacyjne

$$\mathbf{b} = [b_1, \dots, b_{n-k}]$$

$$\mathbf{m} = [m_1, \dots, m_k]$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{P}$$
$$1 \times (n-k) \quad 1 \times k \quad (n-k) \times k$$

$$\mathbf{c} = [\mathbf{b}, \mathbf{m}] = \mathbf{m} \cdot [\mathbf{P}, \mathbf{I}_k] = \mathbf{m} \cdot \mathbf{G}$$

\mathbf{G} – macierz generująca kod

\mathbf{I}_k – macierz jednostkowa $k \times k$

$$\mathbf{I}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Macierz kontroli parzystości **H**

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n-k} & \mathbf{P}^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{H}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{I}_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n-k} \\ \mathbf{P}^T \end{bmatrix} = \mathbf{P} + \mathbf{P} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{m} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{H}^T = \mathbf{0}$$

Dekodowanie z syndromem

\mathbf{r} – sygnał odebrany

$$\mathbf{r} = \mathbf{c} + \mathbf{e}$$

\mathbf{e} – sygnał błędu

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{H}^T = (\mathbf{c} + \mathbf{e}) \cdot \mathbf{H}^T = \mathbf{c} \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{e} \cdot \mathbf{H}^T = \mathbf{s}$$



\mathbf{s} - syndrom – w przypadku transmisji bezbłędnej jest równy 0

Przykład: kod Hamminga (7,4)

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

m	c	Waga kodu	m	c	Waga kodu
0000	0 0 0 0 0 0 0	0	1000	1 1 0 1 0 0 0	3
0001	1 0 1 0 0 0 1	3	1001	0 1 1 1 0 0 1	4
0010	1 1 1 0 0 1 0	4	1010	0 0 1 1 0 1 0	3
0011	0 1 0 0 0 1 1	3	1011	1 0 0 1 0 1 1	4
0100	0 1 1 0 1 0 0	3	1100	1 0 1 1 1 0 0	4
0101	1 1 0 0 1 0 1	4	1101	0 0 0 1 1 0 1	3
0110	1 0 0 0 1 1 0	3	1110	0 1 0 1 1 1 0	4
0111	0 0 1 0 1 1 1	4	1111	1 1 1 1 1 1 1	7

$$d_{\text{MIN}} = 3, \quad w = 2, \quad t = 1$$

Macierz kontroli parzystości \mathbf{H}

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Rozkład błędów	syndrom
0 0 0 0 0 0 0	0 0 0
1 0 0 0 0 0 0	1 0 0
0 1 0 0 0 0 0	0 1 0
0 0 1 0 0 0 0	0 0 1
0 0 0 1 0 0 0	1 1 0
0 0 0 0 1 0 0	0 1 1
0 0 0 0 0 1 0	1 1 1
0 0 0 0 0 0 1	1 0 1



kolejne
kolumny
macierzy \mathbf{H}