<u>Podstawowy sposób kodowania kanałowego: kod nadmiarowy</u> –

polega na dodaniu dodatkowych bitów nadmiarowych, których zadanie jest umożliwienie wykrycia i korekcji błędów transmisji

Przykład:

a_0 – 00, a_1 – 01 a_2 – 10 a_3 – 11

Wniosek:

Nie jesteśmy w stanie wykryć błędu transmisji

Dodajemy bity nadmiarowe:

$a_0 - 0000$, $a_1 - 0101$, $a_2 - 1010$, $a_3 - 1111$

Odbieramy sygnał: 0111

Dodajemy kolejne bity nadmiarowe:

$a_0 - 000000$, $a_1 - 010101$, $a_2 - 101010$, $a_3 - 111111$

Odbieramy sygnał: 011101

Minimalna odległość Hamminga – najmniejsza liczba symboli, o jaką różnią się 2 słowa kodowe

$d_{min} = 1$

a_0 – 00, a_1 – 01 a_2 – 10 a_3 – 11

$d_{min} = 2$

a_0 – 0000, a_1 – 0101 a_2 – 1010 a_3 – 1111

$d_{min} = 3$

a_0 – 000000, a_1 – 010101 a_2 – 101010 a_3 – 111111

Liczba błędów, które można wykryć:

$$w = d_{\min} - 1$$

Liczba błędów, które można skorygować:

$$t = \frac{d_{\min} - 1}{2}$$

Długość słowa kodowego = n ,

Liczba słów kodowych = 2^n

Jeśli chcemy skorygować E błędów, maksymalna liczba słów

$$M \leq \frac{2^n}{\sum_{i=1}^{E} \binom{n}{i}}$$

n = 7, E = 2

$$M = \frac{2^7}{7 + \frac{7 \cdot 6}{2}} = \frac{32}{7}$$

Najprostsza metoda kodowania nadmiarowego: bit kontroli parzystości.

Do każdego słowa kodowego dodajemy 1 bit nadmiarowy. Jeśli liczba jedynek w słowie jest parzysta – bit przyjmuje wartość 0, jeśli nieparzysta -1.

Przykład:

110001001,   000100010

Liniowe kody blokowe (n,k)

n – długość słowa kodowego

k – liczba bitów informacyjnych

Słowo kodowe:

$c=[b_1,b_2, \ldots ,b_{n-k} ,m_1,m_2, \ldots ,m_k]$

bity parzystości   bity informacyjne

$\mathbf{b} =[b_1, \ldots ,b_{n-k}]$ $\mathbf{m} =[m_1, \ldots ,m_k]$

$$\underset{1\times(n-k)}{\mathbf{b}} = \underset{1\times k}{\mathbf{m}} \cdot \underset{(n-k)\times k}{\mathbf{P}}$$

$$\mathbf{c} = [\,\mathbf{b}\,,\mathbf{m}\,] = \mathbf{m} \cdot [\,\mathbf{P}\,,\mathbf{I}_{\mathbf{k}}\,] = \mathbf{m} \cdot \mathbf{G}$$

G – macierz generująca kod

I$_k$ – macierz jednostkowa k x k

$$\mathbf{I}_{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Macierz kontroli parzystości **H**

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\mathbf{n-k}} & \mathbf{P}^{\mathbf{T}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{I}_{\mathbf{k}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\mathbf{n-k}} \\ \mathbf{P}^{\mathbf{T}} \end{bmatrix} = \mathbf{P} + \mathbf{P} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{m} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{T}} = 0$$

Dekodowanie z syndromem

r – sygnał odebrany

$$\mathbf{r} = \mathbf{c} + \mathbf{e}$$

e – sygnał błędu

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{T}} = (\mathbf{c} + \mathbf{e}) \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{T}} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{T}} + \mathbf{e} \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{T}} = \mathbf{s}$$

s - syndrom – w przypadku transmisji bezbłędnej jest równy 0

Przykład: kod Hamminga (7,4)

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

m	**c**	Waga kodu	**m**	**c**	Waga kodu
0000	0 0 0 0 0 0 0	0	1000	1 1 0 1 0 0 0	3
0001	1 0 1 0 0 0 1	3	1001	0 1 1 1 0 0 1	4
0010	1 1 1 0 0 1 0	4	1010	0 0 1 1 0 1 0	3
0011	0 1 0 0 0 1 1	3	1011	1 0 0 1 0 1 1	4
0100	0 1 1 0 1 0 0	3	1100	1 0 1 1 1 0 0	4
0101	1 1 0 0 1 0 1	4	1101	0 0 0 1 1 0 1	3
0110	1 0 0 0 1 1 0	3	1110	0 1 0 1 1 1 0	4
0111	0 0 1 0 1 1 1	4	1111	1 1 1 1 1 1 1	7

$d_{MIN} = 3$, $w = 2$, $t = 1$

Macierz kontroli parzystości **H**

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Rozkład błędów	syndrom
0 0 0 0 0 0 0	0 0 0
1 0 0 0 0 0 0	1 0 0
0 1 0 0 0 0 0	0 1 0
0 0 1 0 0 0 0	0 0 1
0 0 0 1 0 0 0	1 1 0
0 0 0 0 1 0 0	0 1 1
0 0 0 0 0 1 0	1 1 1
0 0 0 0 0 0 1	1 0 1

kolejne

kolumny

macierzy **H**