

MATERIAŁY POMOCNICZE

do przedmiotu

Techniki Obliczeniowe i Symulacyjne



Karol Aniserowicz

Analiza w dziedzinie czasu i w dziedzinie częstotliwości

Dzięki przeniesieniu analizy z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości uzyskuje się **algebraizację** zależności różniczkowo-całkowych.

Różniczkowaniu w dziedzinie czasu $\frac{d}{dt}$ odpowiada mnożenie przez operator $j\omega$ w dziedzinie częstotliwości.

Całkowaniu w dziedzinie czasu $\int dt$ odpowiada dzielenie przez operator $j\omega$ w dziedzinie częstotliwości.

Przypomnienie podstawowych związków pomiędzy napięciem i prądem

Element	Związki w dziedzinie czasu	Związki w dziedzinie częstotliwości
	$u(t) = Ri(t)$ $i(t) = Gu(t)$	$U(j\omega) = RI(j\omega)$ $I(j\omega) = GU(j\omega)$
	$u = L \frac{di}{dt}$ $i = \frac{1}{L} \int u dt$	$U = L \cdot j\omega I = j\omega LI$ $I = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{j\omega} U = \frac{1}{j\omega L} U$
	$u = \frac{1}{C} \int i dt$ $i = C \frac{du}{dt}$	$U = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{j\omega} I = \frac{1}{j\omega C} I$ $I = C \cdot j\omega U = j\omega CU$

Przypomnienie podstawowych związków pomiędzy napięciem i prądem

Symbol $j = \sqrt{-1}$ nie jest czystą abstrakcją urojoną. Użycie go jest sposobem matematycznego zapisu mówiącego o tym, że jakiś składnik pewnego sygnału jest przesunięty w fazie o 90° względem innego składnika:

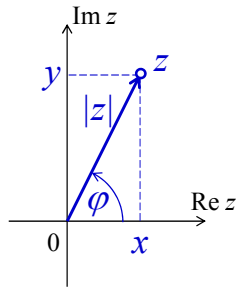
$$j = \sqrt{-1} = e^{j90^\circ}$$



Impedancja jest zdefiniowana w dziedzinie częstotliwości: $Z = \frac{U(j\omega)}{I(j\omega)}$.

W przypadku ogólnym $Z \neq \frac{u(t)}{i(t)}$, za wyjątkiem przypadku szczególnego, gdy Z jest liczbą rzeczywistą.

Liczby zespolone



$$z = x + j y$$

$$z = |z|(\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

$$x = |z| \cos \varphi; \quad y = |z| \sin \varphi$$

$$z = |z|e^{j\varphi} = \sqrt{x^2 + y^2} e^{j\varphi}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}$$

5

Zapis sygnału harmonicznego w dziedzinie czasu i w dziedzinie częstotliwości

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi) = |U| \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) = U_{sk} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$U(j\omega) = |U| e^{j\varphi} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi}$$

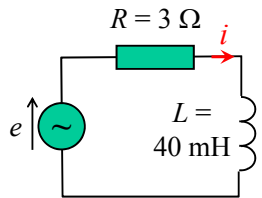
$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) = |U| \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

6

Główne problemy studentów – c.d.

Zadanie domowe

Obliczyć przebieg prądu $i(t)$.



$$e(t) = 50\sqrt{2} \sin(100t) \text{ V}$$

Rozwiązanie

$$\omega L = 100 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 4 [\Omega]$$

$$I = \frac{E}{R + j\omega L} = \frac{50}{3 + j4} = 6 - j8 = 10 e^{-j53,13^\circ} [\text{A}] = 10 e^{-j53^\circ 07'} [\text{A}]$$

Odp.:

$$i(t) = 10\sqrt{2} \sin(100t - 53^\circ 07') \text{ A} = 10\sqrt{2} \sin(100t - \underbrace{0,927}_{[\text{rad}]} \text{ A})$$

7