

Politechnika  Białostocka

Wydział Elektryczny

Katedra Telekomunikacji i Aparatury Elektronicznej

Instrukcja do zajęć laboratoryjnych z przedmiotu:

**Przetwarzanie Sygnałów**

Kod: TS1C400027

Temat ćwiczenia:

**Badanie charakterystyk czasowych i częstotliwościowych  
podstawowych typów filtrów cyfrowych**

Opracował: dr inż. Dariusz Jańczak

Białystok 2018

**Temat: Badanie charakterystyk czasowych i częstotliwościowych podstawowych typów filtrów cyfrowych**

**1. Cel ćwiczenia**

Celem ćwiczenia jest poszerzenie wiedzy studentów oraz nabycie przez nich umiejętności z zakresu analizy prostych układów przetwarzania sygnałów w dziedzinie czasu i częstotliwości, przy użyciu odpowiednich narzędzi sprzętowych i programowych. W ramach zajęć studenci nabywają umiejętność realizacji sprzętowej prostych cyfrowych układów przetwarzania sygnałów oraz umiejętność wykonania pomiarów ich charakterystyk. Jednocześnie poprzez badania prowadzone w sposób eksperymentalny, studenci ugruntowują i rozszerzają nabytą wcześniej wiedzę na temat właściwości podstawowych typów filtrów cyfrowych w dziedzinie czasu i częstotliwości. Studenci doskonają także umiejętność opracowania dokumentacji dotyczącej realizacji zadania inżynierskiego wraz z omówieniem wyników.

**2. Zagadnienia do opracowania przed przystąpieniem do zajęć**

2.1 Przed przystąpieniem do zajęć należy opracować (na podstawie materiałów z wykładu "Przetwarzanie Sygnałów 1") następujące zagadnienia teoretyczne:

- wyznaczenie odpowiedzi impulsowej filtrów;
- znaczenie praktyczne odpowiedzi impulsowej filtrów;
- metody wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych (w sposób teoretyczny i sprzętowy);
- znaczenie praktyczne charakterystyk częstotliwościowych (amplitudowych i fazowych);
- struktury cyfrowych filtrów NOI oraz SOI (transwersalnych);
- transmitancyjny opis filtrów cyfrowych.

2.2 Przed przystąpieniem do zajęć należy opracować następujące zagadnienia obliczeniowe:

- wyznaczyć odpowiedź impulsową cyfrowego filtra rekurencyjnego pierwszego rzędu o współczynniku  $m=0,5$  oraz odpowiedź impulsową filtra transwersalnego rzędu  $N=6$  o równomiernych współczynnikach  $b_0=b_1=\dots=b_6=0,2$  (patrz przykłady zamieszczone

w materiałach z wykładu "Przetwarzanie Sygnałów 1");

- wyznaczyć analitycznie charakterystykę amplitudową filtra rekurencyjnego pierwszego rzędu o ułamkowym dodatnim i ujemnym współczynniku (patrz Dodatek 1);
- posługując się wyznaczonymi w poprzednim punkcie charakterystykami amplitudowymi dla filtra rekurencyjnego pierwszego rzędu o współczynniku  $m=0,5$  oraz przyjmując częstotliwość próbkowania  $f_s=1kHz$  wyznaczyć amplitudy sygnałów na wyjściu filtra (podać również rodzaj tych sygnałów), jeśli na wejściu podawane są sygnały sinusoidalne o częstotliwościach:  $f_0 \in \{1Hz, 250Hz, 500Hz, 1kHz, 1,25kHz\}$ .
- wyznaczyć analitycznie charakterystykę amplitudową filtra transwersalnego rzędu  $N=6$  o równomiernych współczynnikach (patrz Dodatek 2).

### 3. Program ćwiczeń

Zbadać odpowiedzi impulsowe i skokowe oraz charakterystyki częstotliwościowe następujących filtrów cyfrowych:

3.1. Rekurencyjny filtr pierwszego rzędu przy różnych wartościach sprzężenia zwrotnego (np.:  $m = -1 ; -0,5 ; 0,8 ; 1 ; 2$ )  
(przyjąć okres próbkowania  $T_s = 0,2ms$ , czyli częstotliwość próbkowania  $f_s = 5kHz$ )

3.3. Filtr transwersalny z odczepami równomiernymi

Zaobserwować charakterystyki filtra transwersalnego o odczepach równomiernych (o wybranym  $N \in \{6, 7, \dots, 10\}$ ).

Następnie przeprowadzić badania zmian charakterystyk filtra w zależności od jego rzędu oraz wzmocnień w odczepach.

Przeprowadzić badania dla filtrów uśredniających o różnych szerokościach okna uśredniania.

3.2. Rezonator cyfrowy

$$H(z) = \frac{1 - e^{-\alpha T_s} \cos(\omega_0 T_s) z^{-1}}{1 - 2e^{-\alpha T_s} \cos(\omega_0 T_s) z^{-1} + e^{-2\alpha T_s} z^{-2}}$$

gdzie  $\omega_0$  - pulsacja drgań własnych,  $\alpha$  - współczynnik tłumienia,  $T_s$  okres próbkowania

Na wstępie należy dobrać częstotliwość próbkowania uwzględniając zadaną przez prowadzącego częstotliwość drgań własnych rezonatora.

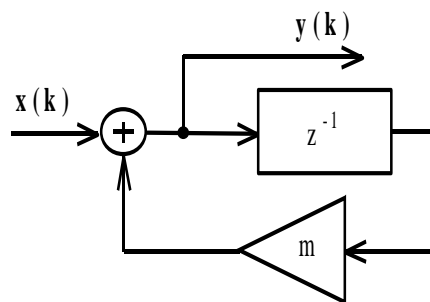
Przeprowadzić badania zmian charakterystyk częstotliwościowych dla różnych wartości parametrów  $\alpha$ ,  $\omega_0$  oraz  $T_s$ .

Do badań na stanowisku DSP dobrać odpowiedni ( $\alpha \neq 0$ ) współczynnik tłumienia.

#### 4. Realizacja ćwiczeń

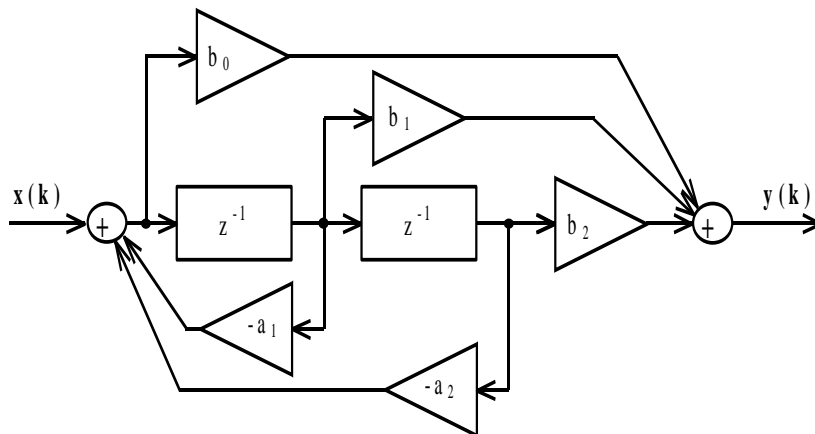
##### 4.1 Struktury filtrów

a) Rekurencyjny filtr pierwszego rzędu



$$H(z) = \frac{z}{z - m}$$

b) Rezonator cyfrowy



Transmitancja filtra:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

gdzie:

$$b_0 = 1$$

$$b_1 = -e^{-\alpha T_s} \cos(\omega_0 T_s)$$

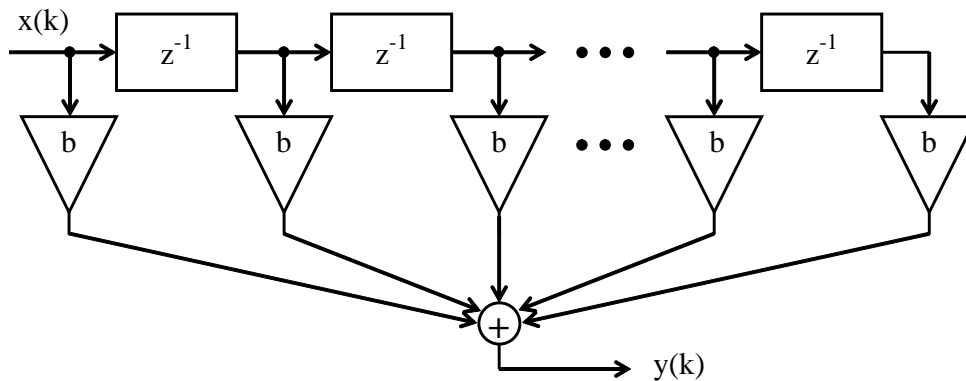
$$b_2 = 0$$

$$a_1 = -2e^{-\alpha T_s} \cos(\omega_0 T_s)$$

$$a_2 = e^{-2\alpha T_s}$$

$\omega_0$  - pulsacja drgań własnych,  $\alpha$  - współczynnik tłumienia,  $T_s$  okres próbkowania

c) Filtr transwersalny z odczepami równomiernymi



Transmitancja filtra:

$$H_1(z) = b + bz^{-1} + bz^{-2} + \dots + bz^{-N},$$

gdzie  $b = \frac{1}{N+1}$

## 4.2 Badania symulacyjne

Badania symulacyjne należy przeprowadzić w środowisku programu Matlab-Simulink.

Odpowiedzi impulsowe należy wyznaczyć korzystając z programu Simulink, natomiast wymagane charakterystyki częstotliwościowe można uzyskać w środowisku Matlab korzystając z funkcji:

- freqz(L,M,Pf,Fs) - odpowiedź częstotliwościowa filtra cyfrowego

gdzie L, M - licznik, mianownik transmitancji

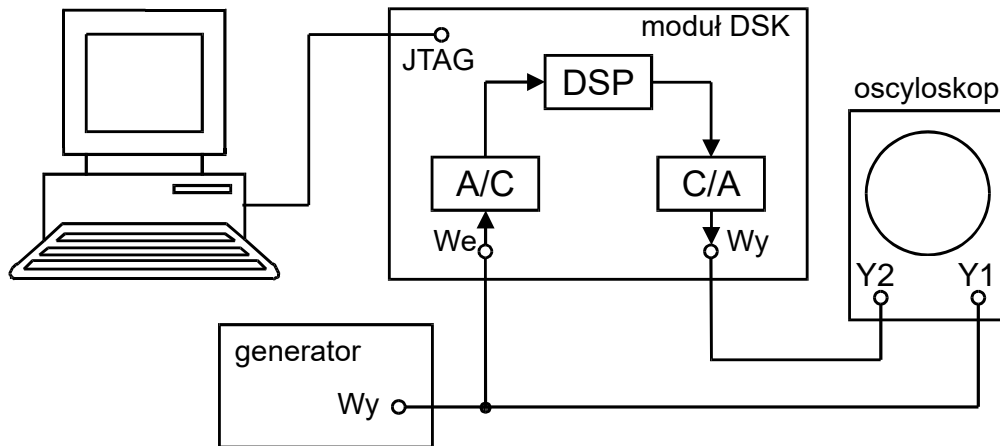
Pf - wektor punktów w których liczona jest odpowiedź

Fs - częstotliwość próbkowania w Hz

np.: freqz([1], [1, -0.2], 100:10:1000, 5000)

### 4.3 Badania sprzętowe

Sprzętowe badania eksperymentalne należy przeprowadzić w laboratoryjnym układzie DSP połączonym według poniższego schematu.

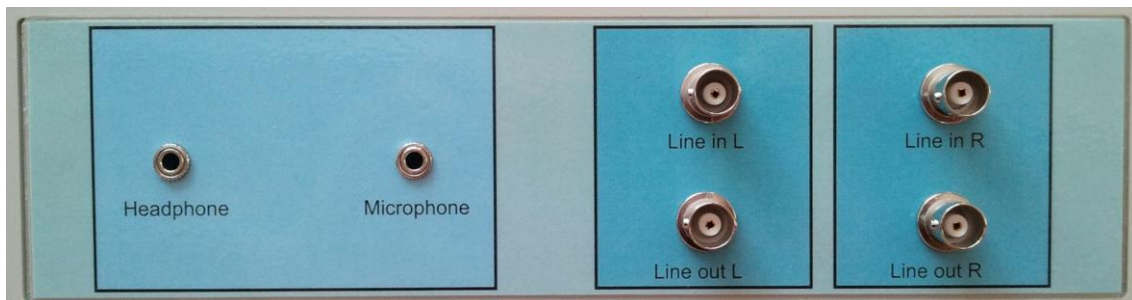


Rys. 1. Schemat połączeń stanowiska laboratoryjnego DSP

#### **Uwaga!**

**Przed dołączeniem generatora do układu DSP upewnić się, że amplituda sygnału nie przekracza 1V.**

W ćwiczeniu należy wykorzystać kanał lewy (patrz rys.2.: "Line in L" - wejście, "Line out L" - wyjście).



Rys. 2. Widok płyty czołowej modułu

Po połączeniu układu pomiarowego, należy w środowisku Matlab uruchomić program *filtr\_DSP.m* (znajdujący się w katalogu *D:\DSP\_C6x*). Program ten służy do zmiany parametrów filtrów realizowanych przez moduł DSP. Transmitancję filtra można wprowadzić w trybie dialogowym (wywołanie: *filtr\_DSP*) lub przez podanie odpowiednich parametrów podczas wywołania:

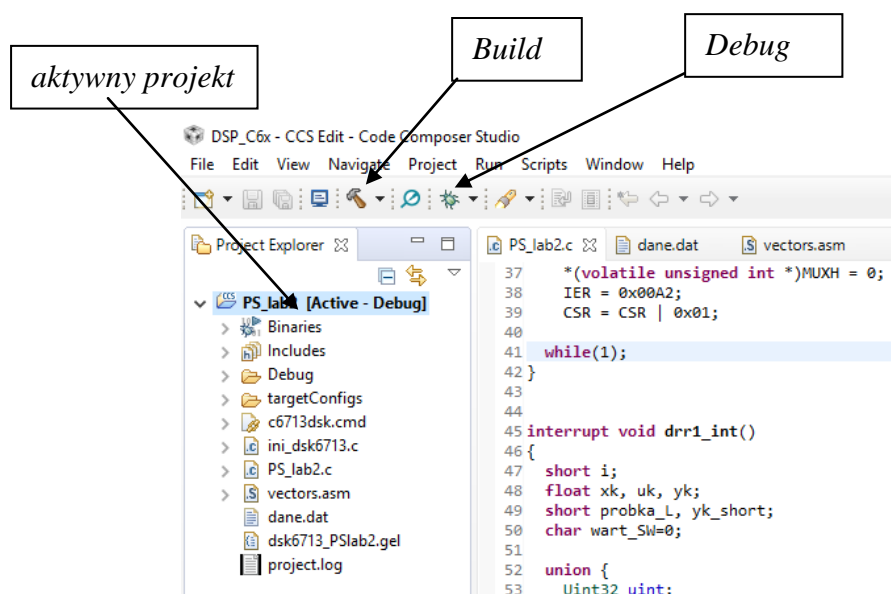
$$\text{filtr\_DSP}(L, M, fs)$$

gdzie  $L$ ,  $M$  - licznik i mianownik transmitancji,  $fs$  - częstotliwość próbkowania podana w Hz.

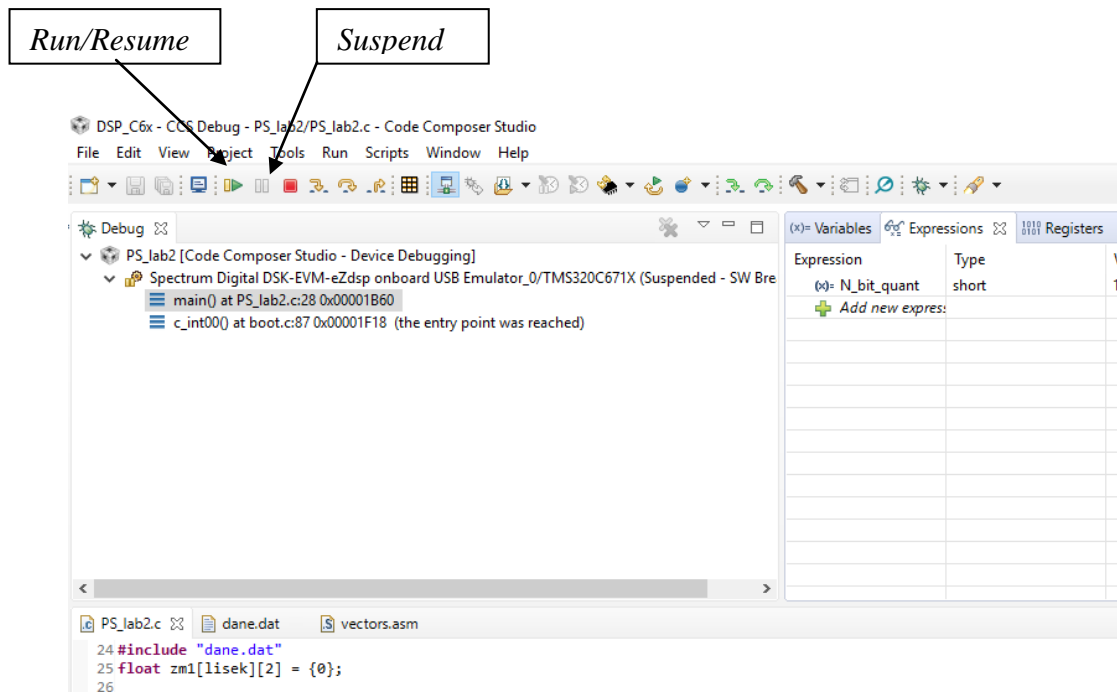
Przykłady:      *filtr\_DSP* ([1], [1, -.5], 5000)                      %filtr rekursywny  
                   *filtr\_DSP* [.5 .5 .5 .5], 1, 5000)                      %filtr transwersalny

Program *filtr\_DSP.m* automatycznie generuje plik konfiguracyjny *dane.dat* i zapisuje go w odpowiednim katalogu projektu DSP.

Po połączeniu układu pomiarowego należy uruchomić program Code Composer Studio, który stanowi środowisko uruchomieniowe dla procesorów DSP. Następnie należy otworzyć projekt *PS\_lab4* (znajdujący się w katalogu *D:\DSP\_C6x\PS\_lab4*) lub jeśli jest widoczny w oknie *Project Explorer* to wystarczy ustawić jego status jako aktywny (*Active*). Projekt należy poddać kompilacji i linkowaniu (*Build / Ctrl+B*) (patrz Rys. 3), po czym należy załadować program do modułu DSP (*Debug / F11*) (jednocześnie nastąpi przejście do trybu uruchamiania *Debug*). Jeśli nie zostały zgłoszone błędy można uruchomić program (polecenie *RUN* lub *F8* - Rys. 4).



Rys. 3. Widok okna tworzenia projektu (*CCS Edit*)



Rys. 4. Widok okna uruchamiania (*CCS Debug*)

**Odpowiedzi impulsowe** należy obserwować przy następujących ustawieniach:

a) ustawienia modułu DSP:

- częstotliwość próbkowania: 5kHz

b) ustawienia generatora:

- przebieg impulsowy
- powtarzanie 10ms
- poziom maksymalny HiLev=1V
- poziom minimalny LoLev=0V
- szerokość impulsu 200  $\mu$ s

Uwaga: po zmianach ustawień generatora należy przy pomocy oscyloskopu sprawdzić, czy przebieg generowany jest prawidłowo.

Odpowiedzi czasowe filtrów należy zaobserwować na oscyloskopie, po czym można je przenieść do komputera PC i zapisać w pliku korzystając z programu *freecapture*.

**5. Sprawozdanie powinno zawierać:**

- odpowiedzi czasowe badanych filtrów cyfrowych wraz z analizą ich zależności od parametrów filtrów;



- charakterystyki amplitudowe i fazowe badanych filtrów cyfrowych wraz z analizą ich zależności od parametrów filtrów;
- porównanie charakterystyk obliczonych analitycznie, wyznaczonych symulacyjnie i na laboratoryjnym stanowisku DSP;
- uwagi i wnioski nasuwające się w trakcie wykonywania ćwiczenia.

## **6. Wymagania BHP**

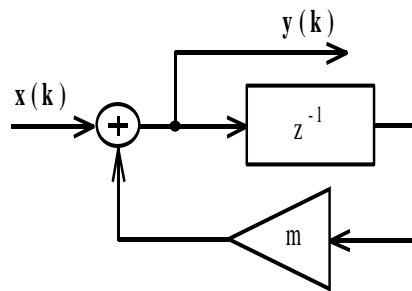
W trakcie realizacji programu ćwiczenia należy przestrzegać zasad omówionych we wstępie do ćwiczeń, zawartych w: „Regulaminie porządkowym w laboratorium” oraz w „Instrukcji obsługi urządzeń elektronicznych znajdujących się w laboratorium z uwzględnieniem przepisów BHP”. Regulamin i instrukcja są dostępne w pomieszczeniu laboratoryjnym w widocznym miejscu.

## **7. Literatura:**

1. Lyons R., *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów*, WKŁ, Warszawa, 2010.
2. Zieliński T., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów: od teorii do zastosowań*, WKŁ, Warszawa, 2009.
3. Stranneby D., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów: metody, algorytmy, zastosowania*, BTC, Warszawa, 2004
4. Smith S. W., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów: praktyczny poradnik dla inżynierów i naukowców*, Wydawnictwo BTC, Warszawa, 2007.

## Dodatek 1

Charakterystyki częstotliwościowe filtra rekursywnego pierwszego rzędu  $H(z) = \frac{1}{1 - m \cdot z^{-1}}$ :



$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - m \cdot e^{-j\omega T_s}} = \frac{1}{(1 - m \cdot \cos(\omega T_s)) + j \cdot m \cdot \sin(\omega T_s)}$$

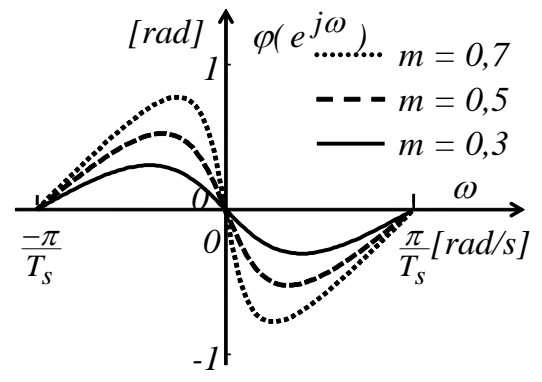
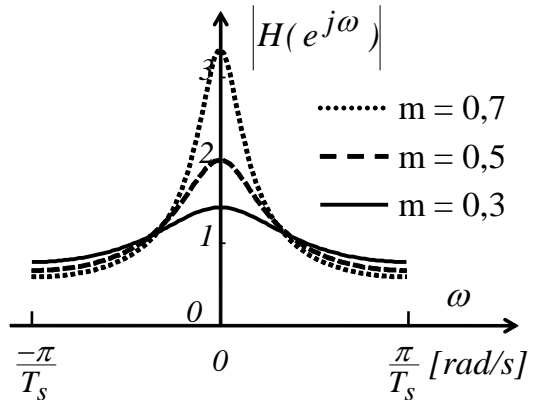
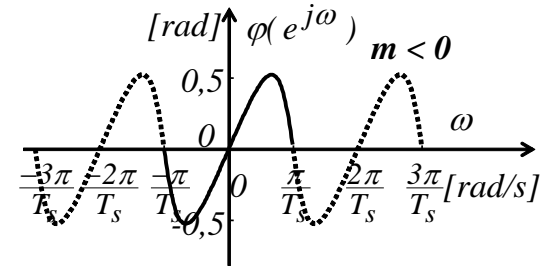
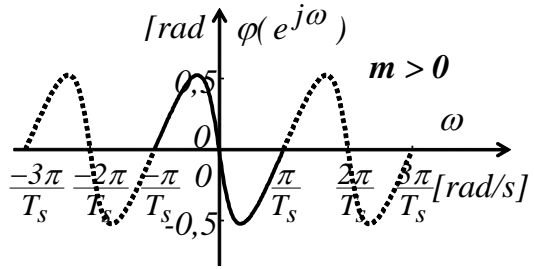
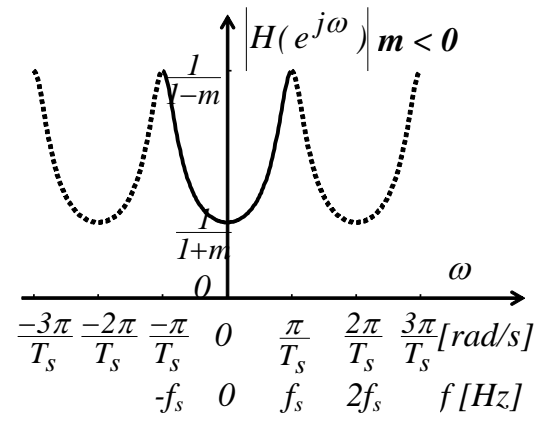
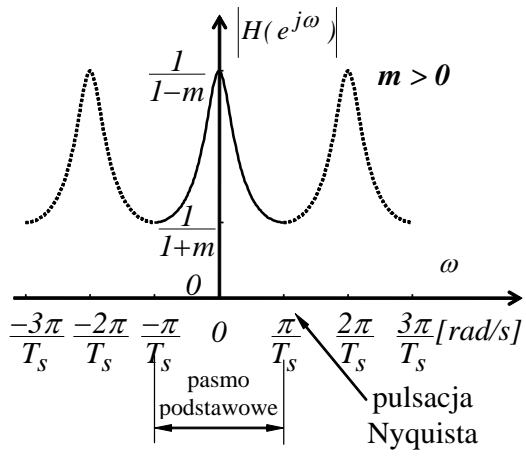
$$|H(e^{j\omega})| = \frac{1}{\sqrt{(1 - m \cdot \cos(\omega T_s))^2 + m^2 \sin^2(\omega T_s)}} = \frac{1}{\sqrt{1 + m^2 - 2m \cdot \cos(\omega T_s)}}$$

$$\varphi(e^{j\omega}) = \arg(H(e^{j\omega})) = 0 - \arctg \frac{m \cdot \sin(\omega T_s)}{1 - m \cdot \cos(\omega T_s)}$$

$\omega$	$0 + (n \cdot \frac{2\pi}{T_s})$	$\frac{\pi}{2T_s} + (n \cdot \frac{2\pi}{T_s})$	$\frac{\pi}{T_s} + (n \cdot \frac{2\pi}{T_s})$
$ H(e^{j\omega}) $	$\frac{1}{ 1 - m }$	$\frac{1}{\sqrt{1 + m^2}}$	$\frac{1}{ 1 + m }$
$\varphi(e^{j\omega})$	$0$	$-\arctg(m)$	$0$

$$n = \dots, -1, 0, 1, \dots$$

$f_s, T_s$  - częstotliwość, okres próbkowania ( $f_s = \frac{1}{T_s}$ )



## Dodatek 2.

Charakterystyki częstotliwościowe filtra transwersalnego uśredniającego  $N + 1$  kolejnych próbek sygnału wejściowego (uśrednianie w przesuwającym się oknie).

Równanie różnicowe:

$$y(k) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N x(k-n)$$

$$Y(z) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N z^{-n} \cdot X(z) = \frac{1}{N+1} \cdot \frac{1-z^{-(N+1)}}{1-z^{-1}} \cdot X(z)$$

$$H(z) = \frac{1}{N+1} \cdot \frac{1-z^{-(N+1)}}{1-z^{-1}}$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1-e^{-j(N+1)\omega T_s}}{(N+1)(1-e^{-j\omega T_s})} = \frac{1-\cos((N+1)\omega T_s) + j \sin((N+1)\omega T_s)}{(N+1)[1-\cos(\omega T_s) + j \sin(\omega T_s)]}$$

$$\begin{aligned} |H(e^{j\omega})| &= \frac{\sqrt{[1-\cos((N+1)\omega T_s)]^2 + \sin^2((N+1)\omega T_s)}}{\sqrt{(N+1)^2 [(1-\cos(\omega T_s))^2 + \sin^2(\omega T_s)]}} = \\ &= \frac{1}{N+1} \cdot \frac{\sqrt{2-2\cos((N+1)\omega T_s)}}{\sqrt{2-2\cos(\omega T_s)}} = \frac{1}{N+1} \cdot \frac{\sqrt{1-(1-2\sin^2(\frac{(N+1)\omega T_s}{2}))}}{\sqrt{1-(1-2\sin^2(\frac{\omega T_s}{2}))}} = \\ &= \frac{1}{N+1} \cdot \sqrt{\frac{\sin^2(\frac{(N+1)\omega T_s}{2})}{\sin^2(\frac{\omega T_s}{2})}} = \left| \frac{\sin^2(\frac{(N+1)\omega T_s}{2})}{(N+1) \cdot \sin^2(\frac{\omega T_s}{2})} \right| \end{aligned}$$

$$|H(e^{j\omega})| = 0 \Leftrightarrow \frac{(N+1)\omega T_s}{2} = k\pi \Leftrightarrow \omega = k \cdot \frac{2}{N+1} \cdot \frac{\pi}{T_s}, \quad k \neq 0.$$

